

Low Frequency Loss-Cone Instabilities of Plasma in Taylor Minimum-B Configurations *

R. SAISON and H. K. WIMMEL

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **22 a**, 281–282 [1967]; received 22 December 1966)

We recently showed^{1–3} that electrostatic low-frequency loss-cone instabilities of collisionless low- β plasma in TAYLOR minimum-B configurations⁴ with $\varepsilon R_{i,e} \ll 1$ ($\varepsilon = d \ln B / dx$, $R_{i,e}$ = gyroradii) can occur. These instabilities are unstable drift waves with $\text{Re } \omega \sim k_{\perp} v_B$ ($v_B = \varepsilon v_{\perp}^2 / 2 \Omega$). The occurrence of these instabilities is consistent with a stabilization theorem

by TAYLOR⁴, since magnetic moment is not conserved⁵. On the other hand, a stabilization theorem published by ROSENBLUTH and KRALL⁶ is refuted by the existence of the new instabilities.

In previous papers^{1–3} we solved the dispersion relation for these instabilities, assuming both $|k_{\perp} v_B|$ and $|\text{Re } \omega| \ll |k_z v_z| \ll |\text{Im } \omega| \ll \Omega_i = e B / m_i c$. In the following, the assumptions made are much less restrictive, viz. merely $|k_{\perp} v_B|$ and $|k_z v_z| \ll |\omega| \ll \Omega_i$. We also discuss two different necessary and sufficient instability conditions. The new calculations give a more general expression for the growth rate, while the stability limit and the expression for $\text{Re } \omega$ that were obtained earlier² still apply in the present, more general case.

We start from the dispersion relation given earlier², viz. $D(\omega) = k_{\perp}^2 + k_z^2$, with

$$D(\omega) = \sum_{i,e} 2 \omega_p^2 \int d^3 v \left\{ \left[1 - J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \right) \right] \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}^2} + J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \right) \frac{\omega + k_z v_z + k_{\perp} v_B}{k_z v_z + k_{\perp} v_B} \frac{\partial f_0}{\partial v_z^2} \right\}. \quad (1)$$

Expansion of the denominator gives in first order a quadratic equation for ω , viz. $a_2 \omega^2 - a_1 \omega + a_0 = 0$, with $a_2 = D(\infty) - k_{\perp}^2 - k_z^2$,

$$a_1 = - \sum 2 \omega_p^2 \int d^3 v k_{\perp} v_B \frac{\partial f_0}{\partial v_z^2} J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \right), \quad (2)$$

$$a_0 = - \sum 2 \omega_p^2 \int d^3 v (k_{\perp}^2 v_B^2 + k_z^2 v_z^2) \frac{\partial f_0}{\partial v_z^2} J_0^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega} \right). \quad (3)$$

For a negative discriminant we have instability, with $\omega = \omega_1 + i \omega_2$, $\omega_1 = a_1 / 2 a_2$, $\omega_1^2 + \omega_2^2 = a_0 / a_2$, $\omega_2^2 > 0$, $\omega_2 < 0$. We may evaluate ω_1 and ω_2 for the test equilibria and perturbations of Ref. ². Thus $f_0 = f_{\parallel} \cdot f_{\perp}$, with $f_{\parallel} = \text{MAXWELLIAN}$, $f_{\perp}$ also MAXWELLIAN, and $f_{\perp}$ a nonmonotonic parabolic distribution peaked at $v_{\perp} = V_{\perp}$, with a maximum width $\Delta v_{\perp} = V_{\perp} / 2 N$. Furthermore, $k_{\perp} V_{\perp} / \Omega_i = N \pi$ (N = natural number). From the assumption $|k_z| \ll |k_{\perp}|$ it follows that $\omega_1 = k_{\perp} \varepsilon T_{e\perp} B_3 / 2 m_e \Omega_e B_1$, and $\omega_1^2 + \omega_2^2 = (k_z^2 B_2 + \varepsilon^2 \tilde{B}_2) T_{e\perp} / m_e B_1$. The quantities B depend on the temperature ratios, on m_e / m_i , and on N . They were given earlier² except for

$$\tilde{B}_2 = \frac{24 m_e W_{i\perp}}{\pi^6 N^3 m_i T_{i\parallel}} F(N, 5, 0, 0) + \frac{T_{e\perp}}{T_{e\parallel}} \frac{d}{du} \left[u^2 \frac{d}{du} (u e^{-u} I_0(u)) \right]. \quad (4)$$

Here $u = N^2 \pi^2 m_e T_{e\perp} / 2 m_i W_{i\perp}$, $W_{i\perp} = m_i V_{\perp} / 2$, and $F(N, M, a, b)$ is an integral defined in Ref. ². Here, too, particularly simple results obtain for $N=1$, $u \ll 1$, and $n_0 \ll n_{\text{crit}}$, where n_{crit} is the minimum density necessary for instability (see below), viz. $\omega_1 = (12/\pi) \varepsilon V_{\perp} [(T_{e\perp} / T_{e\parallel}) + 0.11 (W_{i\perp} / T_{i\parallel})]$, and

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = \frac{48 k_z^2 W_{i\perp}}{\pi^2 m_e} + \frac{48 \varepsilon^2}{\pi^2 m_i} \left(9.8 \frac{T_{e\perp}^2}{T_{e\parallel}} + 0.64 \frac{W_{i\perp}^2}{T_{i\parallel}} \right). \quad (5)$$

The expression for ω_1 is identical with that obtained earlier², while a different growth rate is now obtained. When the assumption $|k_{\perp} v_{eB}| \ll |\omega|$ is fulfilled, however, the difference in growth rate can be shown to be only slight.

Before Eq. (1) is expanded stability or instability can be determined by two different necessary and sufficient conditions.

Condition 1: Unstable modes with given $k_{\perp}$ exist if and only if $k_{\perp}^2 < D(\infty)$ ¹. It follows that, for instability, at least one $f_{\perp}$ must be peaked near one or several

of the maxima of the derivative of $J_0^2(k_{\perp} v_{\perp} / \Omega)$. Hence $k_{\perp} R_i \approx N \pi$ or $k_{\perp} R_e \approx N \pi$ is necessary. Furthermore, it follows that the particle density n_0 must exceed a critical value n_{crit} that depends on the magnetic field strength and other parameters². The critical density derived in Ref. ² applies also in the present case, since no approximation is involved.

* This work was performed under the terms of the agreement on association between the Institut für Plasmaphysik and EURATOM.

¹ R. SAISON and H. K. WIMMEL, Z. Naturforsch. **21 a**, 1953 [1966].

² H. K. WIMMEL and R. SAISON, Phys. Letters **23**, 449 [1966].

³ R. SAISON and H. K. WIMMEL, 1. European Conf. on Plasma Physics, Munich, October 1966.

⁴ J. B. TAYLOR, Phys. Fluids **6**, 1529 [1963].

⁵ J. B. TAYLOR, private communication 1966.

⁶ M. N. ROSENBLUTH and N. A. KRALL, Phys. Fluids **8**, 1004 [1965].



Condition 2: Unstable modes with given values of $k_{\perp}$ and k_z ($k_z \neq 0$) exist if and only if

$$D(0) < k_{\perp}^2 + k_z^2 < D(\infty)^1.$$

Modes with $k_z = 0$ are stable¹. For $k_z^2 \ll k_{\perp}^2$ this may be approximated by $D(0) < k_{\perp}^2 < D(\infty)$. For $D(0) \leq 0$ Condition 2 reduces to Condition 1. With our test equilibria and perturbations, one obtains $D(0) \leq 0$ at arbitrary densities for $T_{e\parallel} \lesssim 4 W_{i\perp}$ ($u \ll 1$ assumed) or for $T_{e\perp} \lesssim 4 W_{i\perp}$ ($N \gg 1$, $u \gg 1$ assumed). In the opposite case, $D(0) > 0$, Condition 2 is satisfied only for densities in the range

$$n_{\text{crit}} < n_0 < n_{\text{max}},$$

where n_{max} depends again on the magnetic field strength and other parameters. In our example, the density range for instability is given by

$$0 < \frac{48 N}{\pi^2} F(N, 0, 0, 1) - \frac{W_{i\perp}}{T_{e\perp}} [1 - e^{-u} I_0(u)] - \frac{N^2 \pi^2}{2} \left(\frac{\Omega_i}{\omega_{pi}} \right)^2 < \frac{48 W_{i\perp}}{N \pi^4 T_i} F(N, 1, 0, 0) + \frac{W_{i\perp}}{T_{e\parallel}} e^{-u} I_0(u). \quad (6)$$

In the case $N=1$, $u \ll 1$, this simplifies to

$$0 < 0.041 - \left(\frac{\Omega_i}{\omega_{pi}} \right)^2 < 0.019 \frac{W_{i\perp}}{T_{i\parallel}} + 0.20 \frac{W_{i\perp}}{T_{e\parallel}}. \quad (7)$$

A more detailed report will appear elsewhere.

Temporäres Bleichen in dotierten Alkalihalogenidkristallen mit einem Rubinlaser

J. HINGSAMMER, J. SCHWARZMÜLLER, G. WOLFRAM
und G. GEHRER

Physik-Department der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforsch. **22 a**, 282—284 [1967]; eingegangen am 7. Januar 1967)

Das temporäre Bleichen ist eine geeignete Methode, die kurzzeitige Entstehung und Umwandlung von Farbzentren in Alkalihalogeniden unter dem Einfluß von Bleichlicht zu untersuchen (z. B. ^{1, 2}). Man mißt hierbei die Änderung der optischen Dichte eines verfarbten Kristalls, während mit einer Bleichlichtquelle — in vorliegender Arbeit ein Rubinlaser³ — in eine Absorptionsbande des Kristalls eingestrahlt wird.

Mit der Anordnung der Abb. 1 wurden temporäre Bleichspektren von verfarbten KJ-, KJ:Ba- und KCl:Sr-Kristallen bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffes

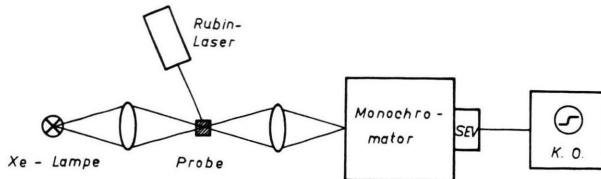


Abb. 1. Versuchsaufbau (schematisch).

aufgenommen, um daraus eine genauere Kenntnis der Elektronenkinetik im dotierten Alkalihalogenidkristall zu gewinnen. Beim KJ und KJ:Ba liegt die Laserlinie in der F-Bande, beim KCl:Sr in der Z_2 -Bande. Der Vorteil der Untersuchung mit dem Laser liegt in der hohen Intensität des Laserlichts, die zu großen Änderungen der optischen Dichte führt.

Z-Banden in KJ:Ba

In KJ:Ba wurden Banden gefunden, die nach unserem Wissen in der Literatur noch nicht beschrieben sind. Durch Versuche in Analogie zum ausführlich untersuchten KCl:Sr (z. B. ⁴⁻⁶) konnten diese Banden als Z-Banden nachgewiesen werden.

Die Dotierung im KJ:Ba betrug $4 \cdot 10^{-3}$ Mol.-Proz. Ba. Die Kristalle wurden bei 560°C in 21 Torr Kaliumdampf additiv nach der van Doornschen Methode⁷ verfarbt; durch Tempern bei 400°C und Abschrecken in Benzol entstand eine reine F-Bande. Einstrahlen in die F-Bande bei Zimmertemperatur erzeugte bei $730\text{ m}\mu$ eine neue Bande, während die F-Bande ausgebleicht wurde. Die neue Bande ist bei Zimmertemperatur stabil und wird durch Bleichlicht nicht verändert. Aus der Übereinstimmung mit den Verhältnissen in KCl:Sr kann auf eine Z_1 -Bande geschlossen werden.

Beim langsamen Abkühlen des Kristalls nach dem Verfärben treten bei $780\text{ m}\mu$ und bei $500\text{ m}\mu$ Banden auf, die als Z_2 - und S-Bande gedeutet werden können. Nach OHKURA⁸ wächst mit der Z_2 -Bande auf der kürzerwelligen Seite der F-Bande die sogen. S-Bande, die einem Übergang in einen höheren angeregten Zustand des Z_2 -Zentrums zugeordnet wird.

Weiter wurde die Z_1 -Bande erzeugt und diese dann durch Erwärmen im Dunkeln in eine F- und eine Z_2 -Bande umgebildet⁶.

Zwischen F- und Z_2 -Bande besteht ein thermisches Gleichgewicht, das sich bei Temperaturerniedrigung in Richtung der Z_2 -Bande verschiebt.

Außerdem wurden KJ:Ba-Kristalle, die nur die F-Bandenabsorption zeigten, durch Licht der Wellenlänge $\lambda = 728\text{ m}\mu$ bei 67°C mit Hilfe eines Interferenzfilters gebleicht und so eine intensive Z_2 -Bande erzeugt⁹. Z_2 - und F-Bande überlappen sich sehr stark. Eine Zerlegung beider Banden ergibt für die Z_2 -Bande eine Halbwertsbreite von $(0,38 \pm 0,05)\text{ eV}$.

¹ J. LAMBE u. W. D. COMPTON, Phys. Rev. **106**, 694 [1957].

² M. IKEZAWA, M. HIRAI u. M. UETA, J. Phys. Soc. Japan **17**, 1474 [1962].

³ K. PARK, Phys. Rev. **140**, A 1735 [1965].

⁴ H. PICK, Ann. Phys. **35**, 73 [1939].

⁵ P. CAMAGNI, G. CHIAROTTI, F. G. FUMI u. L. GIULOTTO, Phil. Mag. **45**, 225 [1954].

⁶ F. SEITZ, Phys. Rev. **83**, 134 [1951].

⁷ Z. VAN DOORN, Rev. Sci. Instrum. **32**, 755 [1961].

⁸ H. OHKURA, Phys. Rev. **136**, A 446 [1964].

⁹ K. KOJIMA, J. Phys. Soc. Jap. **19**, 868 [1964].